Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОГЛАСОВАНО	**УТВЕРЖДАЮ**
Заведующий кафедрой	**Заведующий кафедрой**
Кафедра математического анализа и дифф.уравнений (МАиДУ_ФМиИ)	**Кафедра математического анализа и дифф.уравнений (МАиДУ_ФМиИ)**
наименование кафедры	наименование кафедры
	Фроленков И.В.
подпись, инициалы, фамилия	подпись, инициалы, фамилия
«____» ________________ 20__г.	«____» ________________ 20__г.
институт, реализующий ОП ВО	институт, реализующий дисциплину

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Дисциплина Б1.О.22 Уравнения математической физики

Направление подготовки / специальность: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль): Профиль 02.03.01.31 Математическое и компьютерное моделирование

Форма обучения: очная

Год набора: 2019

Красноярск 2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования с учетом профессиональных стандартов по укрупненной группе

020000 «КОМПЬЮТЕРНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ НАУКИ»

Направление подготовки /специальность (профиль/специализация)

Направление 02.03.01 Математика и компьютерные науки Профиль 02.03.01.31 Математическое и компьютерное моделирование

Программу составили канд. физ.-мат. наук, доцент, Сорокин Р.В.

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины

Целью курса «Уравнения математической физики» является формирование у студентов ключевых компетенций на основании изучения методов решения уравнений с частными производными, являющихся основным математическим аппаратом для задач физики, механики, техники для создания новых функциональных материалов.

В курсе изучаются краевые задачи и задача Коши для линейных уравнений в частных производных второго порядка. Данные задачи возникают в различных областях науки и техники.

В первой части курса рассматриваются классические постановки задач. Изучается задача Коши для волнового уравнения и уравнения теплопроводности, краевые задачи для уравнений эллиптического, параболического и гиперболического типов.

Вторая часть курса посвящена разрешимости задач в классах обобщенных функций. Изучаются постановки краевых задач для уравнений эллиптического, параболического и гиперболического типов.

1.2 Задачи изучения дисциплины

Основными задачами изучения дисциплины "Уравнения математической физики" являются усвоение и применение на практике следующих разделов и тем:

- понятие линейного уравнения в частных производных второго порядка, определение типа уравнения, его приведение к каноническому виду;
- постановки краевых задач;
- корректность по Адамару;
- задача Коши для уравнения колебаний. Формула Даламбера;
- задача Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона;
- метод Фурье решения краевых задач;
- принцип максимума для эллиптических и параболических уравнений;
- определение обобщенной производной и ее свойства;
- определение обобщенного решения краевых задач. Разрешимость в классах обобщенных функций;
- функциональные методы решения краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

ОПК-1:Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	
ОПК-1.7:Использует базовые фундаментальные знания в области дифференциальных уравнений и консультирует в данной предметной области	
Уровень 1	Постановки и методы решения задач для дифференциальных уравнений в частных производных
Уровень 1	Умеет решать краевые задачи и задачи Коши для дифференциальных уравнений в частных производных
Уровень 1	Владеет методами исследования корректности задач для дифференциальных уравнений в частных производных

1.4 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Основные дисциплины и их разделы, усвоение которых необходимо

для изучения курса «Уравнения математической физики»:

- математический анализ (производная и дифференциал функции, неопределенный и определенный интеграл, несобственный интеграл, интегрирование функций, предел, непрерывность функций, формула Тейлора, частные производные, ряды Фурье),
- алгебра (матрицы, определители, теория систем и линейных алгебраических уравнений),
- дифференциальные уравнения (теория линейных дифференциальных уравнений, методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений),
- функциональный анализ (функциональные пространства и их свойства. Линейные функционалы).

Данная дисциплина является основной для изучения курсов: численные методы, методы оптимизации, а также курсов специализации, читающихся на кафедре математического анализа и дифференциальных уравнений.

1.5 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Семестр	
		5	6
Общая трудоемкость дисциплины	**6 (216)**	**2,5 (90)**	**3,5 (126)**
Контактная работа с преподавателем:	**3,89 (140)**	**2 (72)**	**1,89 (68)**
занятия лекционного типа	1,94 (70)	1 (36)	0,94 (34)
занятия семинарского типа			
в том числе: семинары			
практические занятия	1,94 (70)	1 (36)	0,94 (34)
практикумы			
лабораторные работы			
другие виды контактной работы			
в том числе: групповые консультации			
индивидуальные консультации			
иная внеаудиторная контактная работа:			
групповые занятия			
индивидуальные занятия			
Самостоятельная работа обучающихся:	**1,11 (40)**	**0,5 (18)**	**0,61 (22)**
изучение теоретического курса (ТО)			
расчетно-графические задания, задачи (РГЗ)			
реферат, эссе (Р)			
курсовое проектирование (КП)	Нет	Нет	Нет
курсовая работа (КР)	Нет	Нет	Нет
Промежуточная аттестация (Зачёт) (Экзамен)	**1 (36)**		**1 (36)**

3 Содержание дисциплины (модуля)

3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа (акад.час)	Занятия семинарского типа		Самостоятельная работа, (акад.час)	Формируемые компетенции
			Семинары и/или Практические занятия (акад.час)	Лабораторные работы и/или Практикумы (акад.час)		
1	2	3	4	5	6	7
1	Введение. Классификация уравнений 2го порядка. Краевые задачи.	18	18	0	9	
2	Задачи Коши для уравнений в частных производных. Принцип максимума.	18	18	0	9	
3	Пространства Соболева. Обобщенные решения краевых задач для уравнений в частных производных.	18	18	0	11	
4	Функциональные методы решения краевых задач для уравнений в частных производных	16	16	0	11	
Всего		70	70	0	40	

3.2 Занятия лекционного типа

№	№ раздела	Наименование занятий	Объем в акад.часах

п/п	дисциплин ы		Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
1	1	Классификация уравнений 2-го порядка	2	0	0
2	1	Определение типа уравнений. Уравнения Лапласа, Пуассона, Трикоми, уравнение теплопроводности, волновое уравнение	2	0	0
3	1	Постановки краевых задач (1-го, 2-го, 3-го рода) для стационарных уравнений. Физический смысл. Определение классического решения. Примеры.	2	0	0
4	1	Постановки краевых задач (1-го, 2-го, 3-го рода) и задачи Коши для нестационарных уравнений (теплопроводности, колебания). Физический смысл. Определение классического решения. Примеры	2	0	0
5	1	Теорема единственности классического решения первой (второй) краевых задач для одномерного волнового уравнения (уравнения колебания струны).	2	0	0

6	1	Метод разделения переменных для уравнения колебания струны. Однородное уравнение с однородными граничными условиями. Задача Штурма-Лиувилля. Обоснование сходимости ряда. Исследование гладкости полученного решения. Теорема существования классического решения.	4	0	0
7	1	Метод разделения переменных для уравнения колебания струны. Неоднородное уравнение с однородными граничными условиями. Неоднородное уравнение с неоднородными граничными условиями.	2	0	0
8	1	Метод разделения переменных для уравнения теплопроводности в стержне. Однородное уравнение с однородными граничными условиями. Задача Штурма-Лиувилля. Обоснование сходимости ряда. Исследование гладкости полученного решения. Теорема существования классического решения.	2	0	0
9	2	Корректность по Адамару. Примеры некорректно поставленных задач. Пример Адамара.	2	0	0

10	2	Задача Коши для волнового уравнения. Формула Даламбера. Формула Пуассона. Первая краевая задача на полупрямой.	2	0	0
11	2	Задача Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона. Обоснование сходимости интеграла Пуассона и оценка решения. Доказательство бесконечной дифференцируемости по t и x при t>0.	2	0	0
12	2	Задача Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона. Доказательство, что интеграл Пуассона – решение однородного уравнения. Выполнение начальных условий.	2	0	0
13	2	Принцип максимума для параболического уравнения в ограниченной области. Основная теорема. Теоремы - следствия.	2	0	0
14	2	Теоремы принципа максимума для параболического уравнения в неограниченной области. Оценки решения.	2	0	0

15	2	Применение теорем принципа максимума для доказательства единственности решения первой краевой задачи для уравнения Бюргерса. Теорема о непрерывной зависимости классического решения 1-ой краевой задачи для параболического уравнения от правой части f(t,x), начальной функции ϕ(x) и граничной функции ψ (x).	2	0	0
16	2	Теорема о непрерывной зависимости классического решения 1-ой краевой задачи для параболического уравнения от правой части f(t,x), начальной функции ϕ(x) и граничной функции ψ (x). Теорема единственности решения первой краевой задачи для уравнения Бюргерса	2	0	0
17	2	Промежуточный контроль	2	0	0
18	3	Банахово и гильбертово пространства. Финитная функция. Нормы и скалярные произведения. Определение обобщенной производной (по С.Л.Соболеву).	2	0	0

19	3	Обобщенная производная. Основные свойства. Примеры вычисления обобщенных производных. Примеры, когда обобщенная производная не существует	2	0	0
20	3	Пространства С.Л.Соболева. Полнота пространства Соболева. Сильная и слабая сходимость.	2	0	0
21	3	След функции на поверхности размерности n-1. Лемма о следе. Примеры вычисления следов.	2	0	0
22	3	Формула интегрирования по частям для функций из пространства Соболева	2	0	0
23	3	Эквивалентные нормы. Примеры эквивалентных норм в пространстве Соболева. Теорема об эквивалентности норм	2	0	0
24	3	Обобщенное решение первой краевой задачи для эллиптического уравнения. Теорема Рисса. Теоремы существования и единственности обобщенного решения	2	0	0
25	3	Обобщенное решение второй краевой задачи для эллиптического уравнения. Теоремы существования и единственности обобщенного решения.	2	0	0
26	3	Промежуточный контроль	2	0	0

27	4	Понятие квадратичного функционала. Минимизирующая последовательность. Теорема о существовании минимизирующей последовательности.	2	0	0
28	4	Необходимое условие минимума квадратичного функционала. Связь между элементом, реализующим минимум функционала и обобщенным решением краевой задачи	2	0	0
29	4	Метод Ритца построения минимизирующей последовательности функционала	2	0	0
30	4	Метод Галеркина для первой краевой задачи для эллиптического уравнения. Исследование единственности решения. Сильная сходимость последовательности галеркинских приближений	2	0	0
31	4	Метод Галеркина для второй и третьей краевых задач для эллиптического уравнения	2	0	0
32	4	Обобщенные решения первой краевой задачи для параболического уравнения	2	0	0
33	4	Метод Галеркина для первой краевой задачи для параболического уравнения	2	0	0

34	4	Обобщенные решения краевых задач для гиперболических уравнений	2	0	0
Всего			70	0	0

3.3 Занятия семинарского типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад.часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
1	1	Классификация уравнений второго порядка, приведение уравнений к каноническому виду	2	0	0
2	1	Задача Коши для гиперболического уравнения. Нахождение частного решения	2	0	0
3	1	Характеристическое уравнение для функции двух переменных, приведение уравнения к каноническому виду	2	0	0
4	1	Постановки краевых задач. Условия согласования для начально-краевых задач	2	0	0
5	1	Метод Фурье для однородного волнового уравнения	4	0	0
6	1	Метод Фурье для неоднородного волнового уравнения	2	0	0
7	1	Метод Фурье для уравнения теплопроводности	2	0	0
8	1	Метод Фурье для уравнения теплопроводности, случай неоднородных краевых условий	2	0	0
9	2	Корректность задач по Адамару, примеры некорректно поставленных задач	2	0	0

10	2	Задача Коши для волнового уравнения, формула Даламбера	2	0	0
11	2	Задача Коши для волнового уравнения для функции нескольких переменных	2	0	0
12	2	Задача Коши для уравнения теплопроводности	2	0	0
13	2	Задача Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона	2	0	0
14	2	Принцип максимума для параболических уравнений, априорная оценка решений	2	0	0
15	2	Принцип максимума для параболических уравнений, доказательства единственности краевых задач	2	0	0
16	2	Принцип максимума для параболических уравнений, доказательства непрерывной зависимости решений от начальных данных	2	0	0
17	2	Контрольная работа	2	0	0
18	3	Линейные пространства, нормы, скалярные произведения. Функции, измеримые по Лебегу, интеграл Лебега. Пространства Лебега.	2	0	0
19	3	Сходимость по норме и слабая сходимость	2	0	0
20	3	Обобщенная производная	2	0	0
21	3	Пространства Соболева. След функции	2	0	0
22	3	Неравенство Стеклова. Эквивалентность норм пространств	2	0	0
23	3	Определение обобщенного решения	2	0	0

24	3	Обобщенные решения первой краевой задачи	2	0	0
25	3	Обобщенные решения второй краевой задачи	2	0	0
26	3	Контрольная работа	2	0	0
27	4	Гладкость обобщенных решений	2	0	0
28	4	Линейный непрерывный функционал	2	0	0
29	4	Существование и единственность обобщенного решения (теорема Рисса)	2	0	0
30	4	Необходимое условие минимума квадратичного функционала	2	0	0
31	4	Связь элемента, реализующего минимум функционала, с решением краевых задач	2	0	0
32	4	Решение задач на нахождение минимума функционала (сведение к нахождению гладкого решения краевой задачи)	2	0	0
33	4	Определение обобщенного решения краевых задач для параболических уравнений	2	0	0
34	4	Контрольная работа	2	0	0
Всего			70	0	0

3.4 Лабораторные занятия

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад.часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
Всего					

4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год

Л1.1	Белов Ю. Я., Дуракова В. К., Сорокин Р. В.	Уравнения с частными производными: организац.-метод. указ. по освоению дисциплины	Красноярск: СФУ, 2008

5 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

6 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

6.1. Основная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Михайлов В. П.	Дифференциальные уравнения в частных производных: учебное пособие для механико-математических и физических специальностей вузов	Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1983
Л1.2	Тихонов А. Н., Самарский А. А.	Уравнения математической физики: учебник для физико-математических специальностей университетов	МоскваМосква: Московский университет [МГУ] им. М.В. Ломоносова, 2004
Л1.3	Владимиров В. С., Жаринов В. В.	Уравнения математической физики: учебник для студентов вузов	Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004
Л1.4	Белов Ю. Я., Дуракова В. К., Лазарева Н. Н., Шипина Т. Н.	Уравнения с частными производными: учеб. пособие по циклу практ. занятий	Красноярск: СФУ, 2008
Л1.5	Белов Ю. Я., Белов Ю. Я.	Уравнения с частными производными: учеб. пособие	Красноярск: СФУ, 2008
Л1.6	Андреев В.К., Белов Ю.Я., Лазарева Н.Н., Шипина Т.Н.	Уравнения математической физики: учеб. пособие	Красноярск: КГУ, 2005
6.2. Дополнительная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Владимиров В. С., Вашарин А. А., Каримова Х. Х., Михайлов В. П., Сидоров Ю. В., Шабунин М. И., Владимиров В. С.	Сборник задач по уравнениям математической физики: учеб. пособие	Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004

Л2.2	В.С.Владимиров, В.В.Жаринов	Уравнения математической физики: учебник для вузов	ФИЗМАТЛИТ, 2008
6.3. Методические разработки			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.1	Белов Ю. Я., Дуракова В. К., Сорокин Р. В.	Уравнения с частными производными: организац.-метод. указ. по освоению дисциплины	Красноярск: СФУ, 2008

7 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Э1	Уравнения математической физики	http://igor.frolenkov.ru/onlinelab/third_year/math_phys/

8 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В дисциплине “Уравнения математической физики” реализуются следующие виды самостоятельной работы: самостоятельное изучение теоретического материала и индивидуальные задания (решение задач).

Под самостоятельным изучением теоретического материала подразумевается изучение студентами конспектов лекций и дополнительных тем. При самостоятельном изучении конспекта лекций используются вопросы для проверки и самоконтроля, приведенные в конце каждой темы. Дополнительные темы и материал для самостоятельного изучения приводятся в методическом пособии обеспечения самостоятельной работы студентов. Усвоение данного материала проверяется непосредственно на экзамене (в качестве дополнительных вопросов). Все необходимые учебники и учебные пособия для самостоятельного изучения теоретического курса приведены в списке литературы.

Преподаватель, ведущий практику, в течение первого месяца семестра выдает блок индивидуальных заданий (набор задач), включающий в себя задания по каждому разделу. Сдача индивидуальных заданий производится студентом после прохождения каждого модуля или по требованию преподавателя.

В течение семестра учебный процесс по курсу «Уравнения математической физики» включает в себя лекции – 1 раз в неделю (2 часа) и практические занятия – 1 раз в неделю (2 часа). В конце каждого модуля проводится промежуточный контроль, в конце 5 семестра зачет и в конце 6 семестра – экзамен. Зачет выставляется по результатам текущей работы студента на практических занятиях, контрольных работ и собеседования.

Итоговая оценка за курс выставляется в результате суммирования баллов за текущую успеваемость и за экзамен.

9 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)

9.1 Перечень необходимого программного обеспечения

9.1.1	Не требуется.

9.2 Перечень необходимых информационных справочных систем

9.2.1	Не требуется.

10 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы. Специальные помещения должны быть укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории (меловые, маркерные или интерактивные доски).